複素数を指で遊ぶ

～新学習指導（数学C）のサポート～

工学部工学科　宮本和宜

高等学校指導要領の改訂(2022~)

- 共通テストの『数学Ⅱ・B』が『数学Ⅱ・B・C』に！
- 文系も「複素数平面」の学習が必要になった
- 国の教育方針の転換時では、学生に負担がかかる
  - 学習ツール不足
  - 共通テスト　英語の外部試験・筆記試験の導入見送りの影響

- 心理的負担のない、学習ツールが必要
- 本プロジェクトでゲームの開発を行った

計画

- 学習指導要領が定める目標を直観的に実感できるゲーム制作
  - 高校生82%を占める *iPhone®* 所持者を対象に*Swift™*言語で制作
- 目標達成度をアンケート調査で測る

ゲームについて

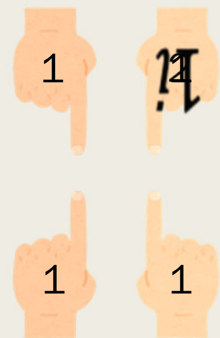
- 「複素数平面と複素数の極形式,
- 複素数の実数倍，和，差，積及び商の図形的な意味を理解すること.
- ド・モアブルの定理について理解すること.」
  - 新学習指導要領※より

- 以上を、直感的・視覚的に扱うゲームを考案
  - 子供の指遊びの拡張と独自のグラフシステムによって実現

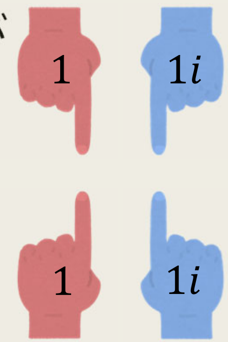
※文部科学省(平成 30 年 3 月 4 日)「高等学校学習指導要領(平成 30 年告知)」,101, URL: https://www.mext.go.jp/content/20230120-mxt_kyoiku02-100002604_03.pdf (参照日:2023/6/15)

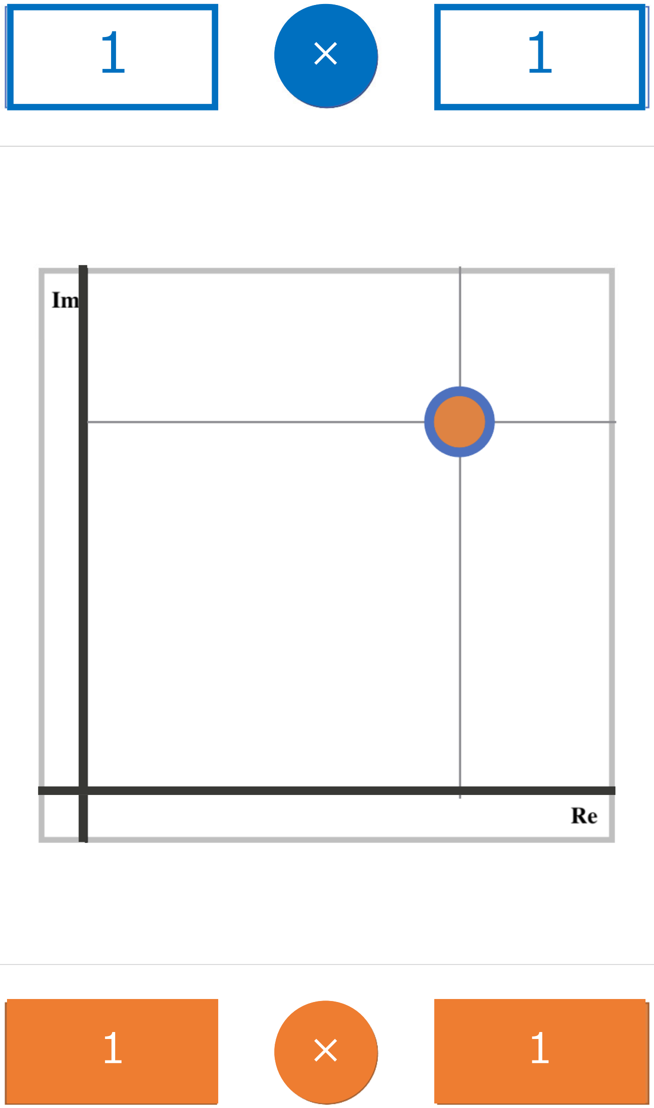
ルール

- 指遊び「５になったら負けゲーム」とは
  - ２人でやるターン制のゲーム。左右の手の指1本ずつを伸ばした状態から始まり,交互に指を足し合ったり,分裂させたりする。その中で,5以上になった手を引っ込め,両手が引っ込んだ方が負けというゲーム。
  - 小さい自然数の加法と減法



- 複素数の実部と虚部、乗法（回転）の要素を追加
  - 相手の複素数を動かしあい,複素数平面の第一象限の外に動かしたほうが勝ちとなる。また, 絶対値が *1000* を超えると負け。
    - 操作簡単かつ高校生の娯楽に耐える
    - 代数演算に慣れる
    - 極座標への意識





表示

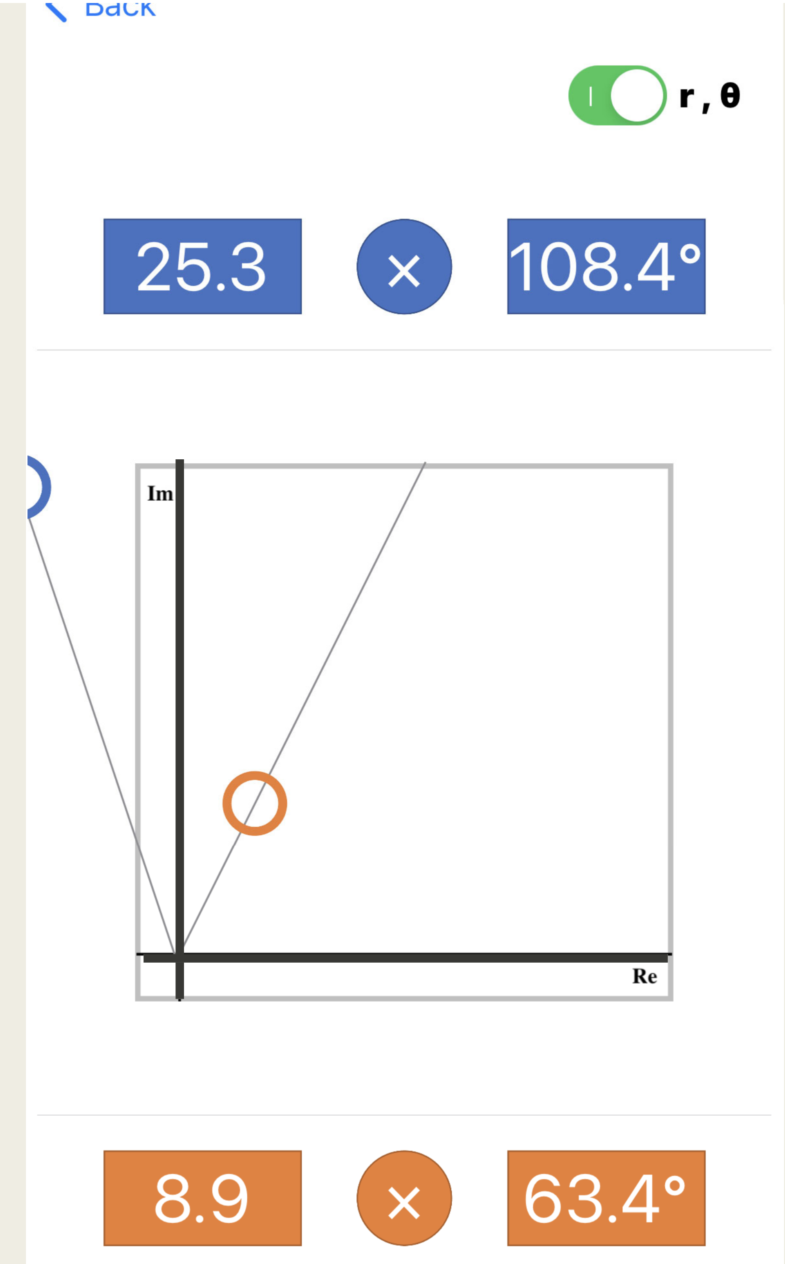
- 左が実部、右が虚部
- グラフは複素数平面
- 今、(1 + 1i) と (1 + 1i)

勝利条件

- 相手をグラフの外に追い出す
- 相手の複素数の絶対値を1000以上にする

動かし方は３種類

- 実部の足し算
- 虚部の足し算
- 複素数のかけ算



チュートリアル

▷実部の足し算　$(1 + 1 + 1i) = (2 + 1i)$

▷実部の足し算　$(1 + 2 + 1i) = (3 + 1i)$

▷虚部の足し算　$(2 + 1i + 1i) = (2 + 2i)$

▷極座標表示　$(2 + 2i) = 2.8\,(\cos 45.0° + i \sin 45.0°)$

$(3 + 1i) = 3.2\,(\cos 18.4° + i \sin 18.4°)$

▷複素数のかけ算

$$3.2 * 2.8(\cos(18.4° + 45.0°) + i \sin(18.4° + 45.0°))$$
$$= 8.9\,(\cos 63.4° + i \sin 63.4°)$$

▷直交座標表示　$2.8\,(\cos 45.0° + i \sin 45.0°) = (2 + 2i)$

$8.9\,(\cos 63.4° + i \sin 63.4°) = (4 + 8i)$

▷複素数のかけ算

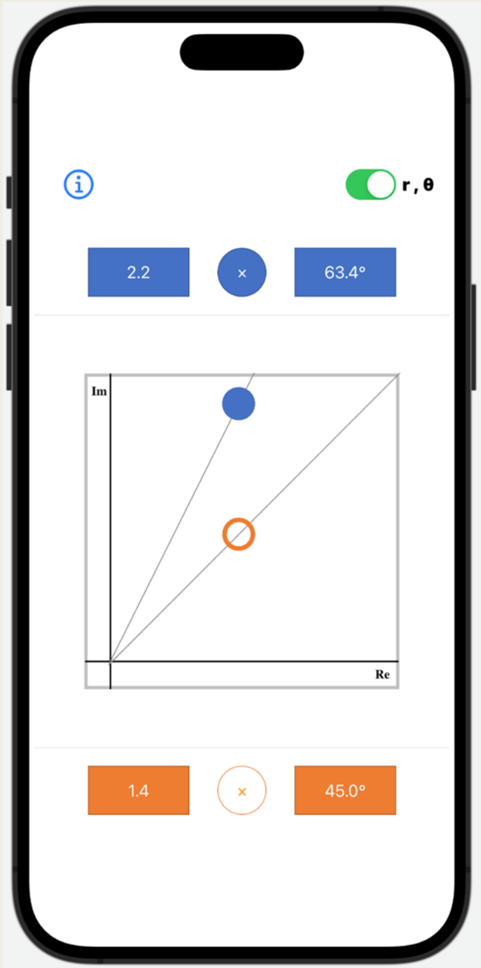
$$2.8 * 8.9(\cos(45.0° + 63.4°) + i \sin(45.0° + 63.4°))$$
$$= 25.3\,(\cos 108.4° + i \sin 108.4°)$$

まとめ

- 子供の指遊びに複素数の要素を追加
  - 操作簡単かつ高校生の娯楽に耐える
  - 代数演算に慣れる
  - 極座標への意識

- 表現を変えるグラフシステム
  - 直交座標と極座標への表現の行き来
  - 縦横軸の比率を保ち、角度を保持
  - 乗法による回転の直感的表現

- 新学習指導要領による負担を軽減しうるツールができた



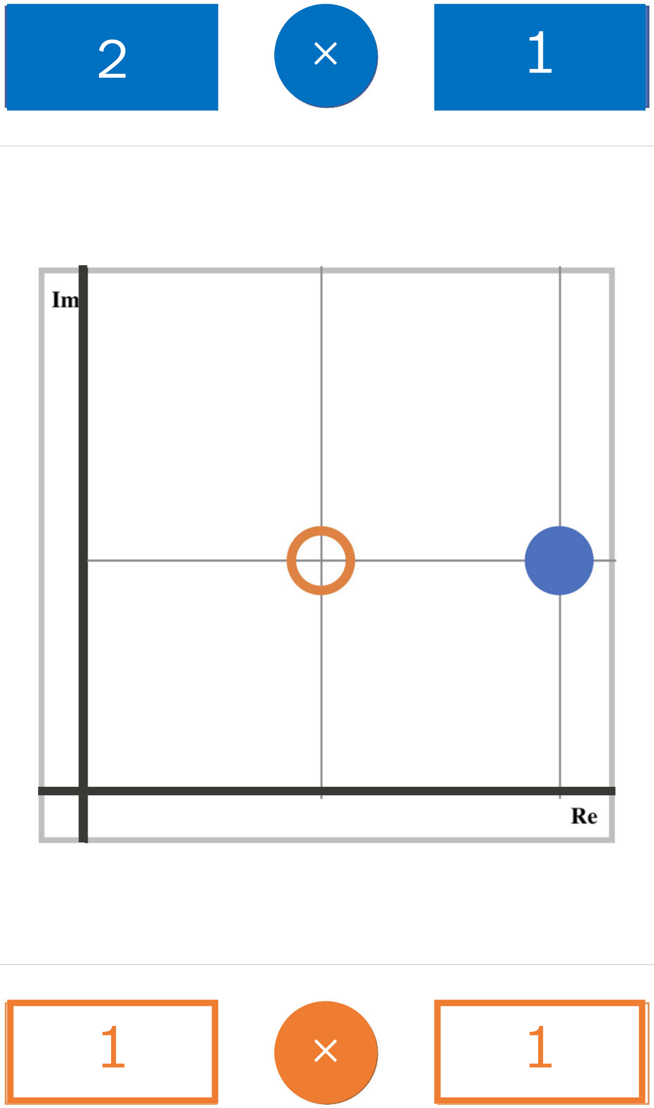
アンケート調査

- 複素数平面と複素数の極形式について理解の助けになった.
  - *80*%
- 複素数の実数倍，和，差，積及び商の図形的な意味を理解する助けになった.
  - *40*%
  - 意見：グラフが理解の助けになった、差・商は使っていない
- ド・モアブルの定理について理解する助けになった.
  - *0*%
  - 意見：使っていない
- 複素数をもう一度学んでみようと思った.
  - *100*%
  - 意見：複素数を知っている方が強いので学習しようと思った

めも

- 自然数ゲーム
- 指遊びの例→必勝法あり、考えるのに数学的な考え方（樹形図）
- 数学的思考の楽しみ、知的なよろこび（世界中、人間の本質に根ざしている）

- なぜC追加、表現の工夫



実部の足し算

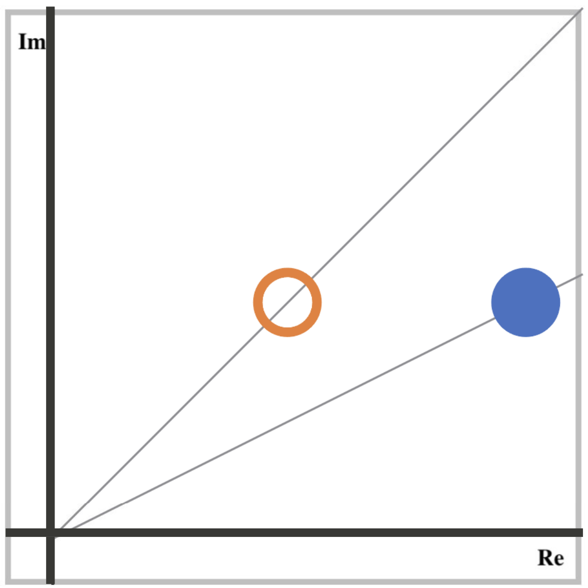
- プレイヤー青

  $(1 + 1 + 1i) = (2 + 1i)$

- プレイヤーオレンジ

  $(1 + 1i)$

2.2 × 26.6°



1.4 × 45.0°

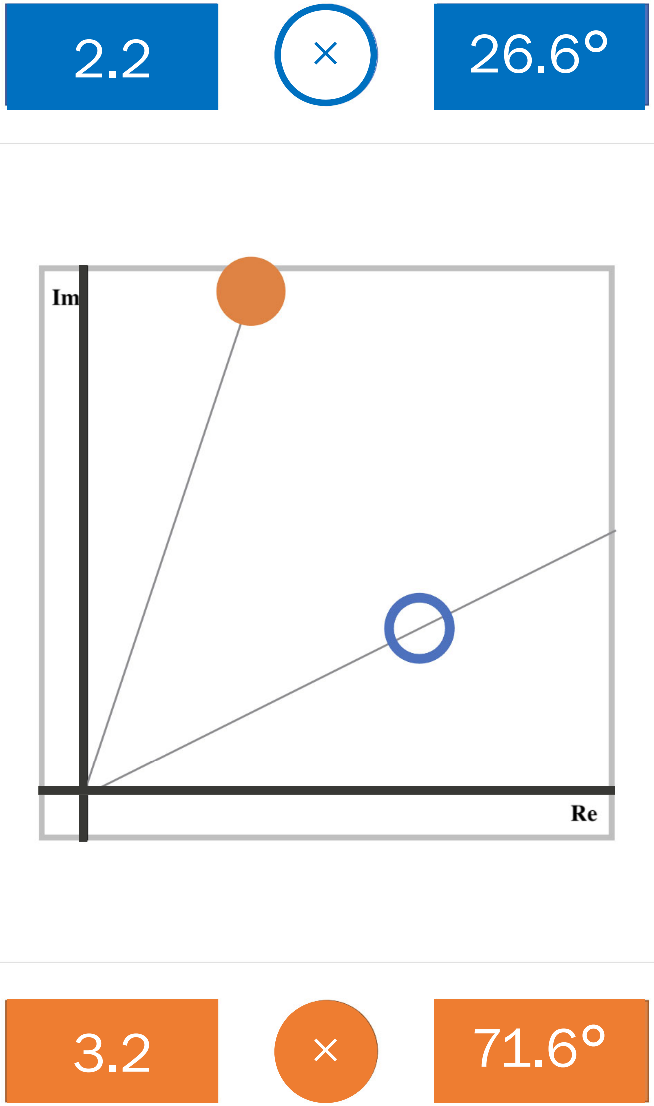
極座標表示

- プレイヤー青

  $$(2 + 1i) = 2.2\,(\cos 26.6° + i \sin 26.6°)$$

- プレイヤーオレンジ

  $$(1 + 1i) = 1.4\,(\cos 45.0° + i \sin 45.0°)$$



複素数のかけ算

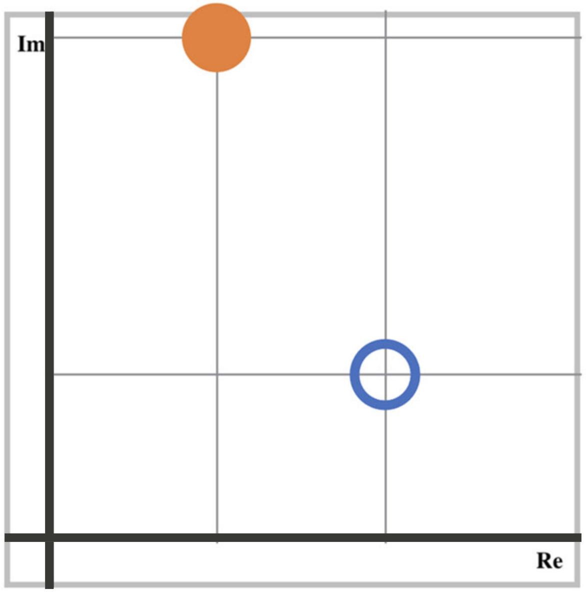
- プレイヤー青

$$2.2\,(\cos 26.6^\circ + i \sin 26.6^\circ)$$

- プレイヤーオレンジ

$$1.4 * 2.2(\cos(45.0^\circ + 26.6^\circ) + i \sin(45.0^\circ + 26.6^\circ))$$
$$= 3.2\,(\cos 71.6^\circ + i \sin 71.6^\circ)$$

2 × 1



1 × 3

表現の行き来

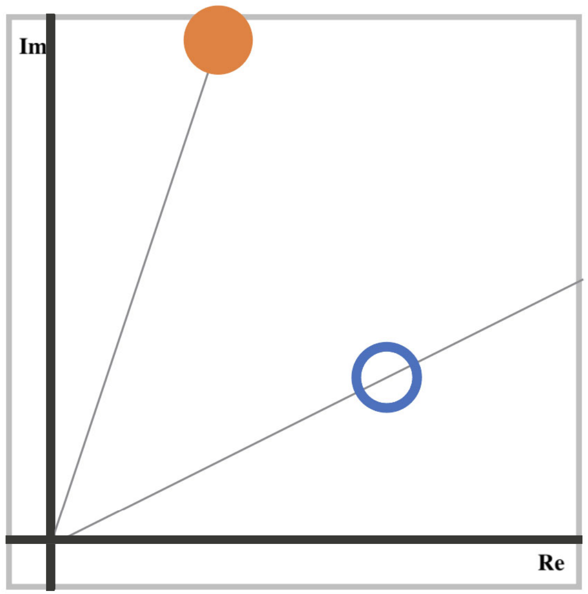
- プレイヤー青

  $2.2\,(\cos 26.6° + i \sin 26.6°) = (2 + 1i)$

- プレイヤーオレンジ

  $3.2\,(\cos 71.6° + i \sin 71.6°) = (1 + 1i)$

2.2 × 26.6°



3.2 × 71.6°

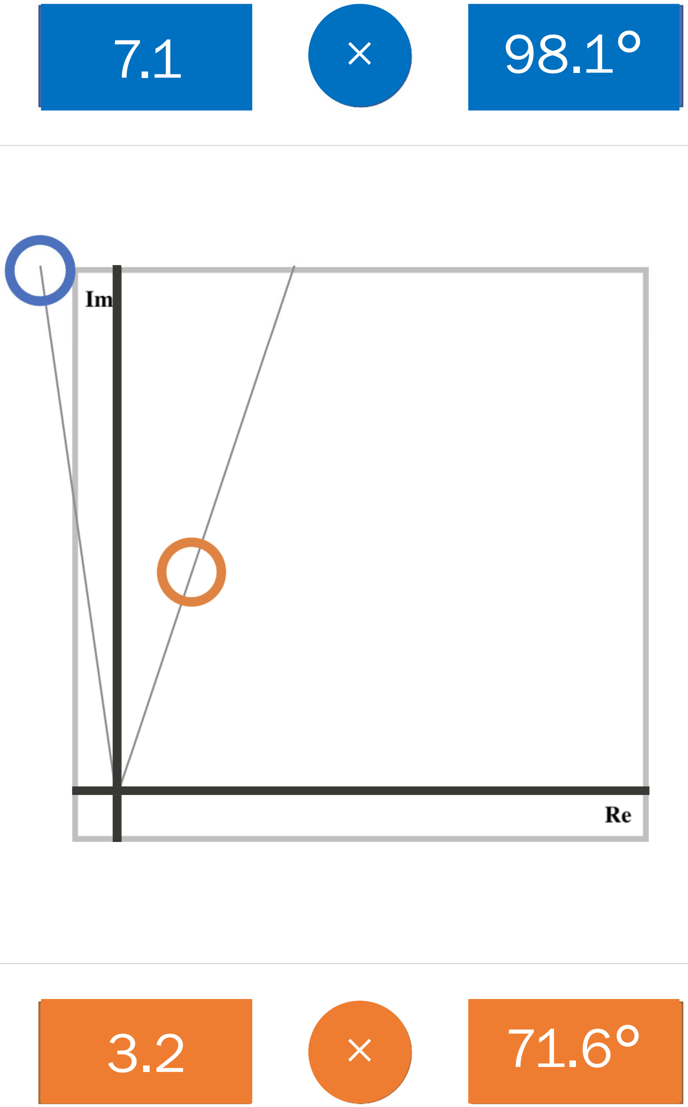
表現の行き来

- プレイヤー青

  $2.2\,(\cos 26.6° + i \sin 26.6°) = (2 + 1i)$

- プレイヤーオレンジ

  $3.2\,(\cos 71.6° + i \sin 71.6°) = (1 + 1i)$



勝敗

- プレイヤー青

  $2.2 * 3.2(\cos(26.6° + 71.6°) + i\sin(26.6° + 71.6°))$
  $= 7.1\,(\cos 98.1° + i\sin 98.1°)$

- プレイヤーオレンジ

  $3.2\,(\cos 71.6° + i\sin 71.6°)$